

EXERCICE II : L'OSCILLATEUR HARMONIQUE (5,5 points)
--

Un oscillateur harmonique à une dimension est un modèle d'oscillateur qui intervient dans de nombreux domaines de la physique : mécanique et électricité notamment. Son évolution temporelle est régie par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2 Y}{dt^2} + A.Y = 0$$

Y est une grandeur physique qui varie au cours du temps, comme par exemple, la position x d'un mobile ou la charge électrique q d'un condensateur.

A est une constante positive reliée à la période propre T_0 de l'oscillateur par :

$$A = \frac{4\pi^2}{T_0^2}.$$

T_0 est **indépendante** de l'amplitude de la grandeur Y .

1. Le pendule simple.

Un pendule simple a une longueur l égale à 100 cm. La période mesurée T est donnée dans le tableau du document 1 de **l'annexe II à rendre avec la copie**.

Donnée : Intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$.

1.1. La période propre T_0 du pendule simple a pour expression : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

Calculer sa valeur.

1.2. Pourquoi peut-on, d'après le tableau du document 1 ci-dessus, parler d'isochronisme des petites oscillations ? Justifier la réponse.

2. Le pendule élastique.

Un solide S est relié à un ressort dont l'autre extrémité est fixe. Le solide de masse m égale à 205 g et de centre d'inertie G peut glisser sur un rail à coussin d'air horizontal. Le ressort, à spires non jointives, a une masse négligeable et une constante de raideur k égale à $10,0 \text{ N.kg}^{-1}$. Au repos, G est en O . Le document 2 de **l'annexe II à rendre avec la copie** schématise le dispositif expérimental.

À un instant t , la position du solide est repérée par l'abscisse $x(t)$ sur l'axe $(O, \vec{i})$: $x(t)$ représente donc également l'allongement du ressort. Un dispositif d'acquisition a permis d'obtenir l'enregistrement du document 3 de **l'annexe II à rendre avec la copie**.

2.1. Équation différentielle.

- 2.1.1. Comment qualifier, d'après le document 3, les oscillations obtenues ?
- 2.1.2. Faire le bilan des forces s'exerçant sur S. Les représenter sans souci d'échelle sur le document 2 **en annexe à rendre avec la copie**.
- 2.1.3. Montrer que, dans ces conditions, l'équation différentielle du mouvement s'écrit :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

2.2. Le pendule est assimilable à un oscillateur harmonique puisque l'équation ci-dessus est analogue à l'équation générale donnée en début d'exercice.

- 2.2.1. Déterminer l'expression de la période propre T_0 en fonction de k et de m .
- 2.2.2. Calculer la valeur de T_0 .
- 2.2.3. Déterminer la valeur expérimentale $T_{0,exp}$ en explicitant le raisonnement. Comparer avec la valeur calculée en 2.2.2.

2.3. Énergies.

- 2.3.1. Comment appelle-t-on les énergies ayant respectivement pour expressions $\frac{1}{2}kx^2$ et $\frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$?
- 2.3.2. Pour un lâcher sans vitesse initiale, l'équation différentielle a pour solution $x(t) = X_m \cos\left(2\pi\frac{t}{T_0}\right)$.

Montrer que l'énergie mécanique a pour expression $E_m = \frac{1}{2}kX_m^2$.

On rappelle que $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$.

- 2.3.3. Quelle est la valeur minimale de l'énergie mécanique ?

2.4. On réalise différents lâchers sans vitesse initiale en faisant varier l'amplitude.

- 2.4.1. Calculer l'énergie mécanique lorsque $X_m = 1,00$ cm.
- 2.4.2. Combien de valeurs de l'énergie mécanique sont possibles entre $X_m = 0$ et $X_m = 1,00$ cm : aucune ou une infinité ? Justifier.

3. Le pendule élastique en mécanique quantique.

On considère une molécule diatomique AB vibrant autour de son centre de masse G (m_A et m_B sont les masses respectives des atomes A et B).



On assimile cette molécule à un système de masse μ (appelée masse réduite et telle que $\mu = \frac{m_A \times m_B}{m_A + m_B}$) oscillant par rapport au point G fixe.



Le mouvement est rectiligne sinusoïdal de période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{k}}$ où k est la constante de raideur du ressort équivalent.

Données :

Constante de Planck : $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J.s ;

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \times 10^8$ m.s⁻¹.

3.1. La mécanique quantique montre que l'énergie de vibration E_{vib} de la molécule est quantifiée. Qu'entend-on par énergie quantifiée ?

3.2. La molécule est assimilée à un oscillateur harmonique de période propre $T_0 = 1,95 \times 10^{-14}$ s. Un niveau n d'énergie de vibration est caractérisé par

$$E_{\text{vib}}(n) = \left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu_0 \quad \text{où } h \text{ est la constante de Planck, } \nu_0 \text{ la fréquence de}$$

l'oscillateur et n un entier positif : $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

3.2.1. Vérifier que la fréquence ν_0 de l'oscillateur vaut environ $5,13 \times 10^{13}$ Hz puis calculer les énergies manquantes dans le tableau du document 4 de **l'annexe II à rendre avec la copie**.

3.2.2. Représenter le diagramme en énergie de la molécule sur le document 4 de **l'annexe II à rendre avec la copie** en indiquant chaque niveau par un segment horizontal. Que peut-on dire de l'écart entre deux niveaux successifs ?

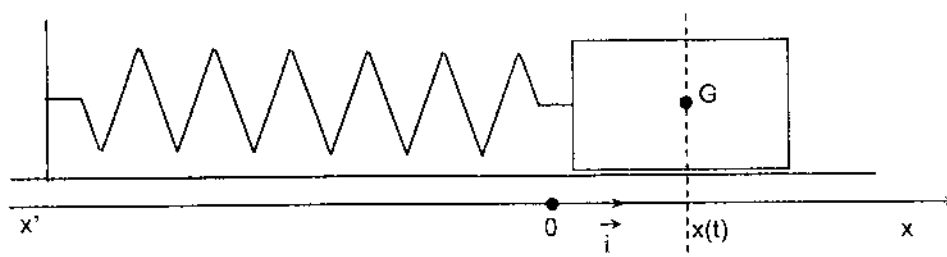
3.2.3. La transition du niveau caractérisé par $n = 0$ au niveau caractérisé par $n = 1$ correspond à l'absorption d'une radiation. Calculer la longueur d'onde correspondante dans le vide. Cette radiation est-elle visible ? Justifier.

ANNEXE II À RENDRE AVEC LA COPIE : L'OSCILLATEUR HARMONIQUE

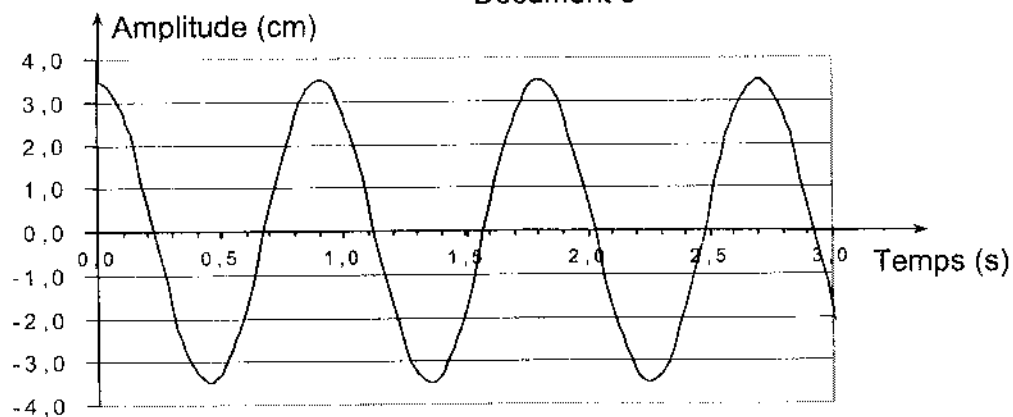
Document 1.

Amplitude (°)	0,00	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00
T (s)		2,01	2,01	2,01	2,02	2,03	2,04	2,05

Document 2

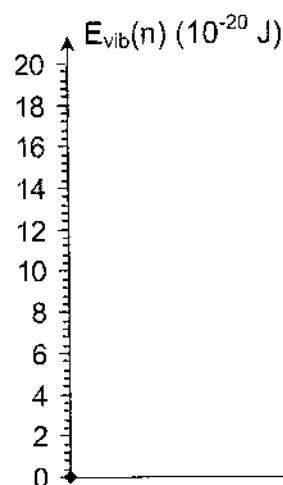


Document 3



Document 4

Niveau n	$E_{\text{vib}}(n) (10^{-20} \text{ J})$
0	
1	
2	8,50
3	11,90
4	15,30





SESSION 2010
BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

PHYSIQUE CHIMIE

Série S

Épreuve du lundi 21 juin 2010

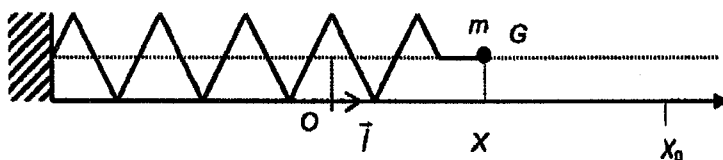
**RECTIFICATIF DESTINÉ AUX CANDIDATS, À DISTRIBUER EN
DÉBUT D'ÉPREUVE**

EXERCICE II. Aspect énergétique d'un système (Solide, Ressort) (5,5 points)

Page 4/13 et 5/13 du SUJET OBLIGATOIRE

À quatre endroits du sujet, un signe remplace une flèche de vecteur :

- figures 1, 2 et 3 : sur l'axe des abscisses des trois figures, il faut lire $\vec{l}$



- question 1.2 : au lieu de "Rappeler l'expression vectorielle F de la force de rappel..." Il faut lire : "Rappeler l'expression vectorielle $\vec{F}$ de la force de rappel..."

Exercice II : Aspect énergétique d'un système {Solide, Ressort} (5,5 points)

On dispose d'un système {solide, ressort} constitué d'un mobile de masse m considéré comme un point matériel G accroché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur $k = 15 \text{ N.m}^{-1}$. Le système est installé sur une table à coussin d'air afin de négliger les frottements entre le mobile et la table.

Ce mobile, assimilé à son centre d'inertie G , peut osciller horizontalement sans frottement sur une tige parallèle à l'axe Ox (figure 1). On étudie son mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le point O coïncide avec la position de G lorsque le ressort est au repos.

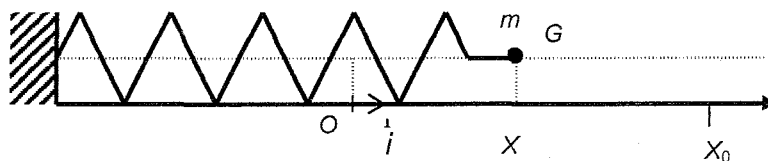


Figure 1

1. Équation différentielle associée au système {solide, ressort} et solution.

- 1.1. Faire l'inventaire des forces exercées sur le mobile. Recopier sur votre copie la figure 1 en faisant apparaître ces différents vecteurs forces sans souci d'échelle.
- 1.2. Rappeler l'expression vectorielle $\vec{F}$ de la force de rappel du ressort en fonction de k , x et $\vec{i}$.
- 1.3. En appliquant la seconde loi de Newton au mobile, établir l'équation différentielle du mouvement.
- 1.4. Vérifier que $x = x_M \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \times t + \varphi\right)$ est solution de cette équation différentielle quelles que soient les valeurs des constantes $x_M > 0$ et φ .
- 1.5. Le mobile est écarté de sa position d'équilibre et lâché à l'instant $t = 0 \text{ s}$, sans vitesse initiale, de la position $x_0 = + 4,0 \text{ cm}$. Déterminer numériquement les valeurs de x_M et φ .

2. Introduction de l'énergie potentielle élastique.

Pour étirer le ressort, un opérateur tire sur l'extrémité G et la déplace d'un point A d'abscisse x_A vers un point B d'abscisse x_B . La force exercée par l'opérateur sera notée $\vec{F}_{op}$.

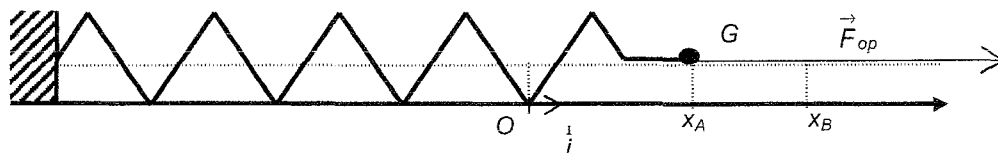
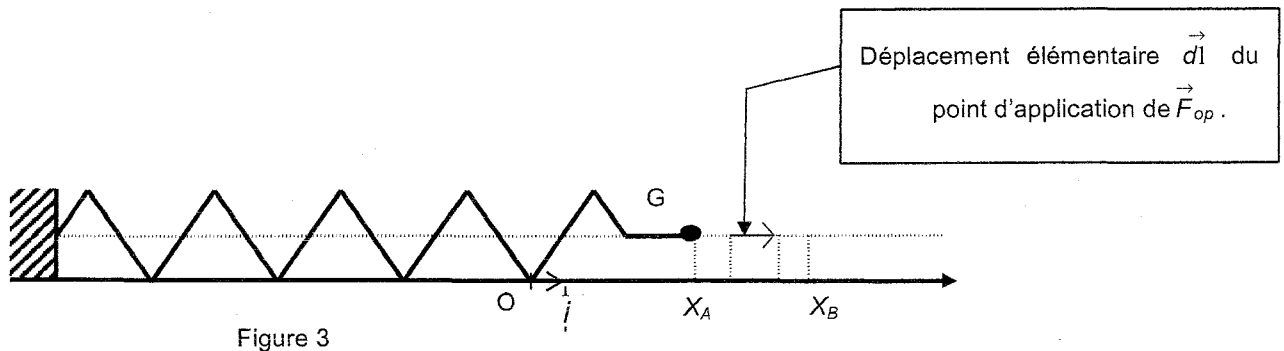


Figure 2

- 2.1. En appliquant la troisième loi de Newton, trouver l'expression vectorielle de la force exercée par l'opérateur $\vec{F}_{op}$ en fonction de k , x et $\vec{i}$.
- 2.2. Cette force $\vec{F}_{op}$ est-elle constante lors du déplacement de l'extrémité G du ressort de A vers B ? Justifier.
- 2.3. Montrer que l'expression du travail élémentaire de la force extérieure $\vec{F}_{op}$ appliquée à l'extrémité du ressort pour un déplacement élémentaire très petit $d\vec{l} = dx \vec{i}$ a pour expression :

$$\delta W = k \times dx$$

Ce déplacement élémentaire est représenté de façon très agrandie sur la figure 3 ci-dessous.



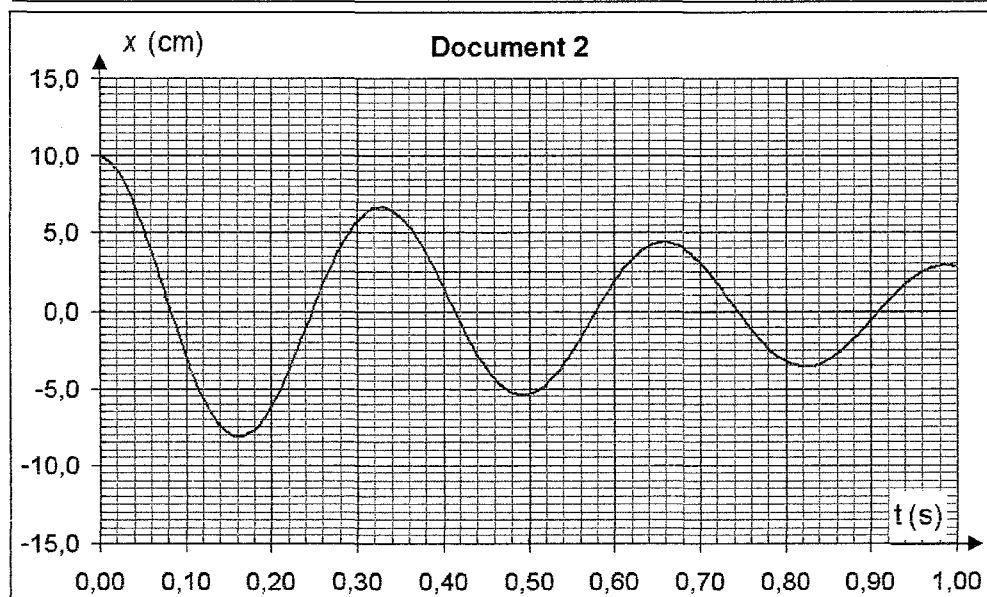
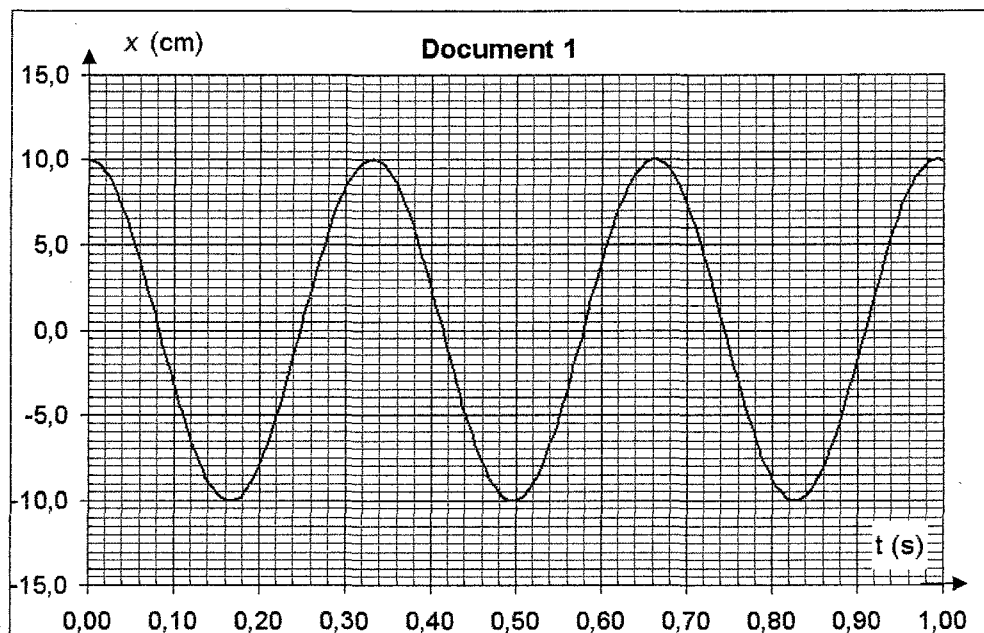
- 2.4. Par intégration, trouver l'expression du travail de la force $\vec{F}_{op}$ sur le déplacement de A (abscisse x_A) à B (abscisse x_B) de son point d'application.
- 2.5. En déduire l'expression de l'énergie potentielle élastique d'un ressort.

3- Énergie mécanique du système solide-ressort

Le système étant en mouvement horizontal, l'énergie potentielle de pesanteur du mobile de masse m sera considérée comme constante et fixée arbitrairement à zéro.

- 3.1. Donner l'expression de l'énergie cinétique E_C du solide de masse m en mouvement de translation à la vitesse V sur l'axe horizontal Ox. Préciser les unités des grandeurs intervenant dans cette expression.
- 3.2. Donner l'expression de l'énergie mécanique E_M de la masse m du mobile en mouvement sur l'axe horizontal Ox en fonction de V, m, x et k .

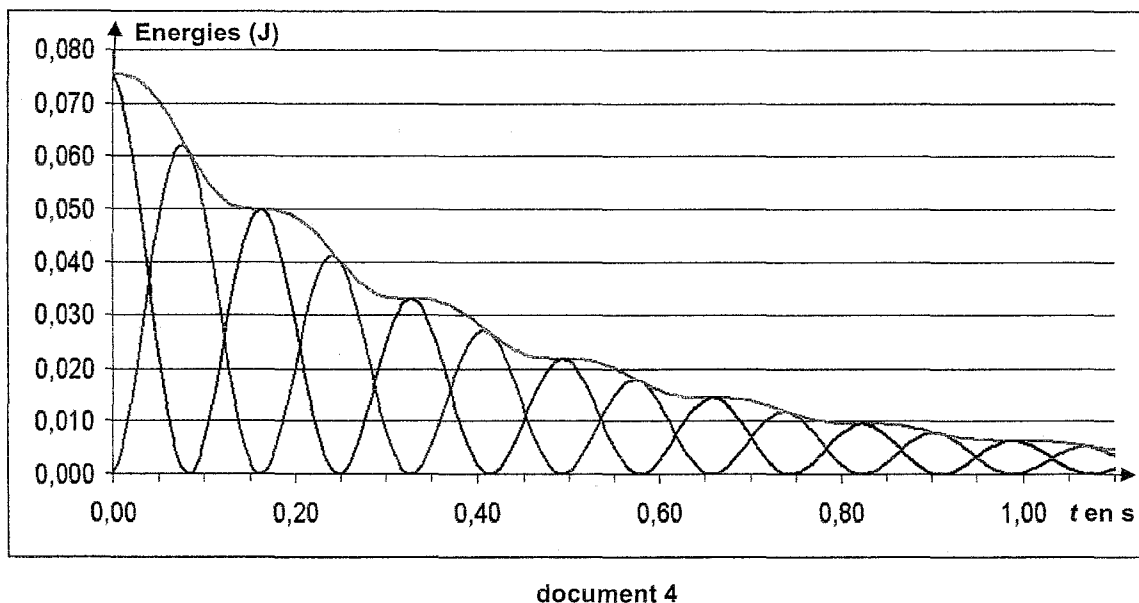
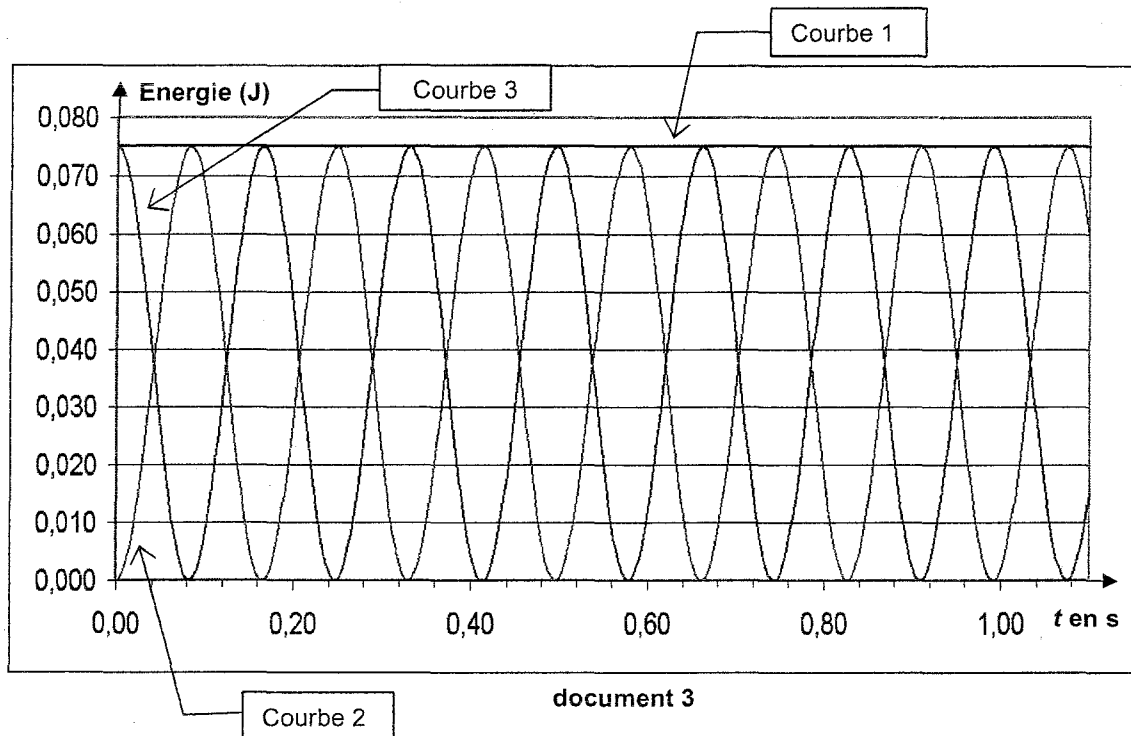
- 3.3. Le professeur réalise 2 enregistrements du mouvement du centre de gravité de la masse m à l'aide d'un dispositif qui n'est pas représenté sur la figure 3. Dans les deux cas, partant de la position d'équilibre de la masse, il étire le ressort vers la droite et lâche la masse à $t = 0$ sans lui communiquer de vitesse initiale. Lors du premier enregistrement, la soufflerie qui alimente le mobile autoporteur pour créer le coussin d'air, marche à plein régime. Lors du deuxième enregistrement, le tuyau d'arrivée de l'air est légèrement pincé. Le professeur obtient donc deux courbes représentant les variations de l'abscisse x de G en fonction du temps, soit $x = f(t)$ (documents 1 et 2 ci-dessous).



- 3.3.1. Donner l'expression de la période propre T_0 du système (solide, ressort).
 3.3.2. Déterminer la pseudo-période du mouvement pour chaque enregistrement et en déduire une valeur approchée de la période propre T_0 . Justifier.
 3.3.3. En déduire, d'après la valeur trouvée pour T_0 à la question précédente, la valeur de la masse m du mobile autoporteur.

Aide au calcul : $\frac{0,33^2 \times 15}{4 \times \pi^2} = 4,1 \cdot 10^{-2}$ $\frac{4 \times \pi^2}{0,32^2 \times 15} = 26$ $\frac{0,32 \times 15}{4 \times \pi^2} = 0,121$ $\frac{0,33 \times 15}{4 \times \pi^2} = 0,125$

Grâce à un logiciel de traitement de données, le professeur fait apparaître sur un même graphique les courbes représentant les variations des différentes formes d'énergie du système {solide, ressort} pour les deux enregistrements (**documents 3 et 4 ci-dessous**).

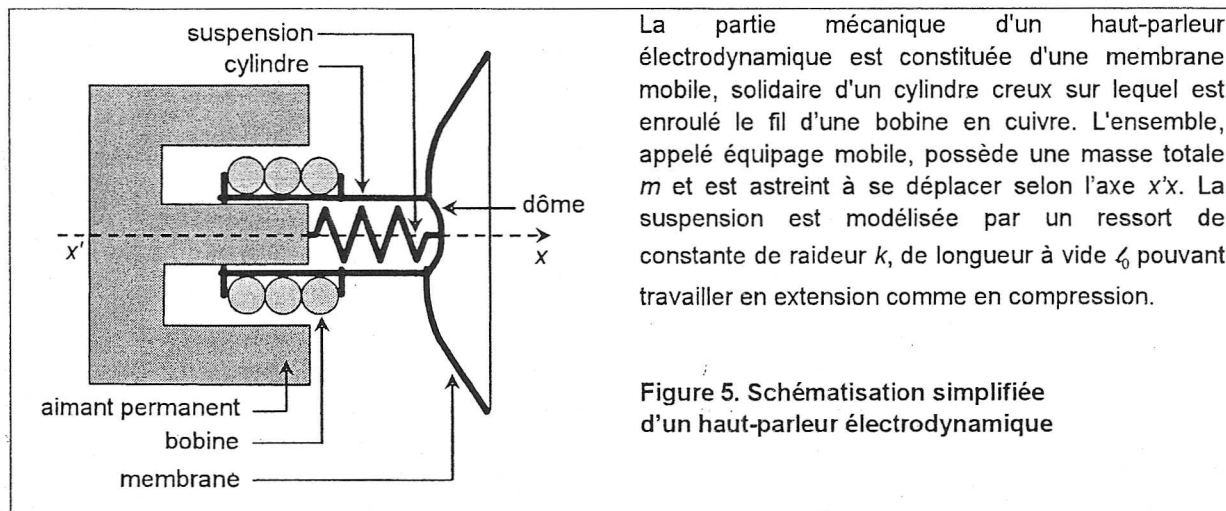


3.3.4. Attribuer à chaque courbe (courbes 1, 2 et 3) du **document 3** la forme d'énergie représentée. Justifier votre réponse.

3.3.5. Justifier la différence entre les courbes des **documents 3 et 4**.



EXERCICE III. LES OSCILLATIONS DANS LE HAUT-PARLEUR (4 points)



L'objectif de cet exercice est d'étudier les oscillations de l'équipage mobile d'un haut-parleur appelé « woofer » spécialisé dans la reproduction des sons graves afin de déterminer quelques unes de ses caractéristiques.

1. Étude théorique du mouvement de l'équipage mobile en l'absence de frottement

L'équipage mobile modélisé sur la figure 6 est constitué par un solide S , de masse m , de centre d'inertie G , assujéti à se déplacer sans frottement sur une tige horizontale. Ce solide est attaché à un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur k .

La position du solide est repérée par l'abscisse x de son centre d'inertie G sur l'axe $(O, \vec{i})$. La position du point G à l'équilibre correspond à l'origine O des abscisses.

Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre, supposé galiléen.

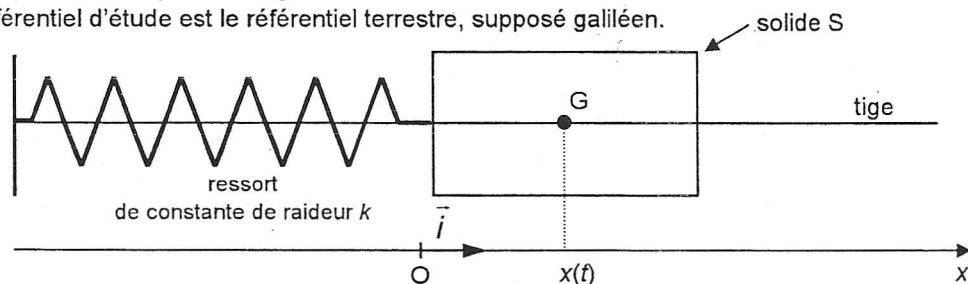


Figure 6. Modélisation de l'équipage mobile du haut-parleur à la date t

1.1. Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur le solide S à la date t . Représenter ces forces sur un schéma simplifié, sans souci d'échelle.

1.2. Écrire l'expression vectorielle de la force de rappel $\vec{F}$ du ressort en fonction de l'abscisse x .

1.3. En appliquant la deuxième loi de Newton au solide dans le référentiel terrestre, vérifier que l'équation différentielle du mouvement relative à l'abscisse x du centre de gravité G du solide à la date t peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

1.4. Une solution de l'équation différentielle précédente est de la forme :

$$x(t) = X_m \cos\left[\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)t\right] \text{ où } X_m \text{ est une constante.}$$

Montrer que l'expression de la période propre T_0 de l'équipage mobile est : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

1.5. Par une analyse dimensionnelle, vérifier l'homogénéité de l'expression de la période propre T_0 de cet oscillateur.

2. Étude expérimentale du mouvement de l'équipage mobile

On se propose dans cette partie de déterminer expérimentalement la masse m de l'équipage mobile et la constante de raideur k du ressort modélisant la suspension du haut-parleur.

Une interface d'acquisition préalablement paramétrée est reliée aux bornes de la bobine du haut-parleur étudié. La membrane étant initialement au repos, on frappe légèrement avec un doigt son dôme d'un coup unique et rapide, puis on déclenche l'acquisition. Après traitement informatique des données on obtient sur la figure 7 les variations au cours du temps de l'abscisse x du centre d'inertie G de l'équipage mobile.

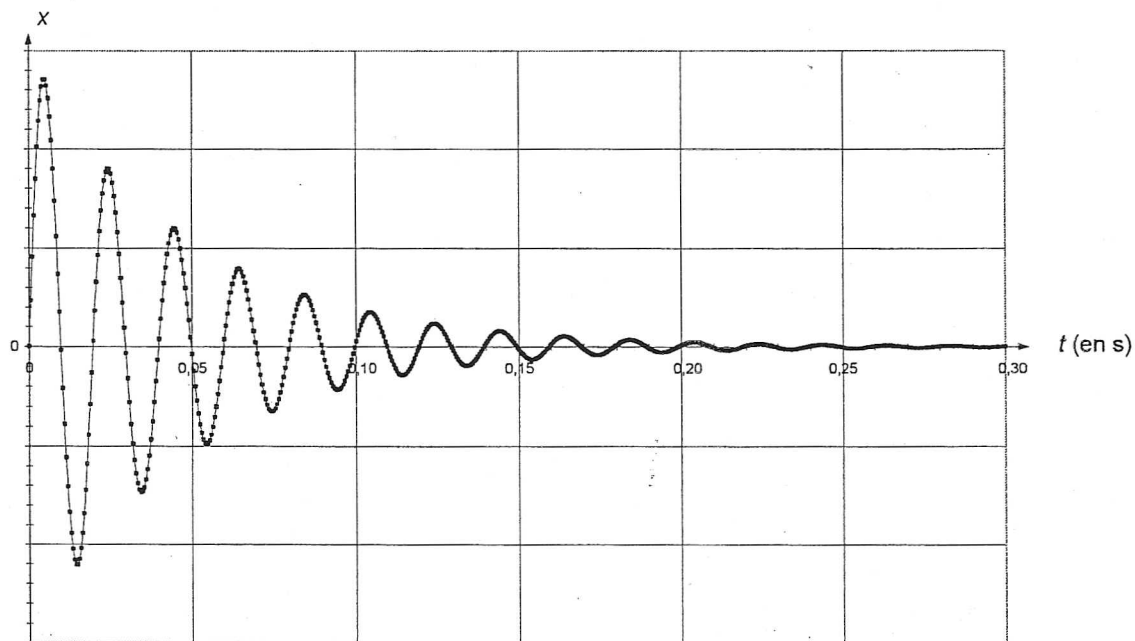


Figure 7. Évolution temporelle de l'abscisse x du centre d'inertie G

2.1. Quelle est la nature des oscillations observées et quel est le nom du régime qui leur est associé ?

2.2. Interpréter l'évolution temporelle de l'amplitude des oscillations.

2.3. Déterminer la valeur de la pseudo-période T des oscillations et en déduire, dans l'hypothèse d'un amortissement faible, la valeur de la fréquence propre f_0 de l'équipage mobile.

2.4. Afin de déterminer la masse m de l'équipage mobile, on fixe au dôme de la membrane une masse additionnelle $m' = 10$ g. La fréquence propre de l'ensemble {équipement mobile + masse additionnelle} devient alors $f'_0 = 45$ Hz.

2.4.1. Exprimer la fréquence propre f'_0 en fonction de m , m' et k .

2.4.2. En comparant les expressions littérales des fréquences propres f_0 et f'_0 , montrer que la masse de l'équipage mobile est :

$$m = \frac{m'}{\left[\left(\frac{f_0}{f'_0}\right)^2 - 1\right]}$$

Cette expression permet de calculer la masse m . Dans la suite de l'exercice, on prend $m = 40$ g.

2.5. Exprimer la constante de raideur k du ressort modélisant la suspension du haut-parleur en fonction de la fréquence propre f_0 de l'équipage mobile. En déduire la valeur de k .

Aide au calcul : $\pi^2 \approx 10$.

2.6. Après avoir déconnecté l'interface d'acquisition, on branche aux bornes du haut-parleur un générateur basses fréquences (G.B.F.) qui impose un signal sinusoïdal de fréquence f et d'amplitude non nulle constante.

2.6.1. À quel type d'oscillations est soumis l'équipage mobile du haut-parleur ? Identifier dans le montage réalisé le résonateur et l'excitateur.

2.6.2. En admettant que l'amortissement des oscillations est suffisamment faible, qu'observe-t-on lorsque f est voisine de f_0 ? Quel est le nom de ce phénomène ?