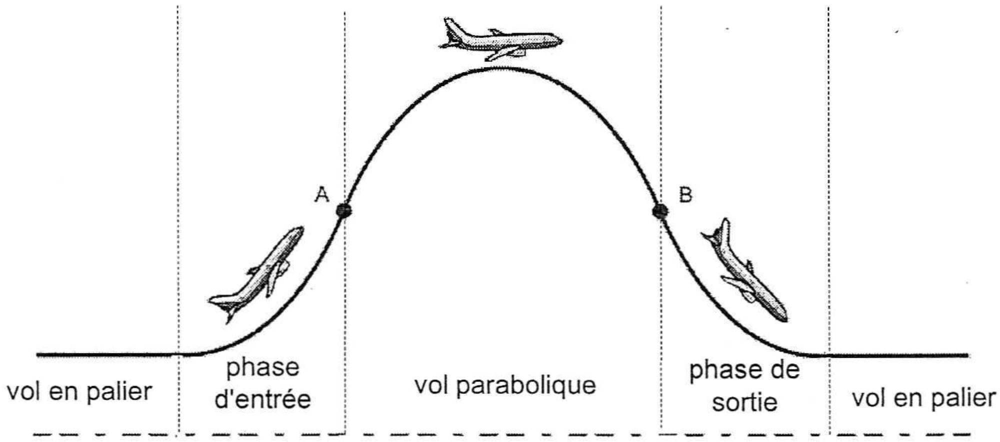
EXERCICE I. DES AVIONS PAS COMME LES AUTRES (6,5 points)

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes. La première porte sur le mouvement de l'avion A 300 Zéro-G, la seconde porte sur la pile à hydrogène de l'avion E-plane.

1. L'A 300 Zéro-G

Depuis 1988, le Centre National d'Études Spatiales (CNES) mène un programme de vols paraboliques afin de réaliser des expériences scientifiques en impesanteur sans recourir à un dispositif spatial coûteux. L'établissement, via sa filiale Novespace, exploite depuis 1997 un Airbus A 300 spécialement aménagé : l'A 300 Zéro-G.

L'appareil effectue lors de chaque vol une série de 30 paraboles. Quand la trajectoire est parabolique (entre les points A et B de la figure ci-dessous), l'appareil se trouve dans des conditions de **chute libre** pendant 20 à 25 secondes, créant ainsi une situation d'impesanteur. L'impesanteur est l'absence apparente de pesanteur : un objet placé à l'intérieur de l'avion ne subit plus aucune action de la part de celui-ci et semble donc "flotter" car il est en chute libre comme l'avion.



Les expériences réalisées en impesanteur touchent à la fois le domaine des sciences physiques (le test de dispositifs spatiaux, le déploiement de panneaux solaires, d'antennes, de structures gonflables, la préparation de missions spatiales habitées) et celui des sciences de la vie (notamment la physiologie humaine). S'ajoute également à cet intérêt scientifique et technologique celui d'expériences à caractère pédagogique qui donnent l'occasion aux jeunes de participer pour la première fois à un projet de recherche et suscitent souvent des vocations scientifiques.

D'après les sites Internet de Novespace et du CNES.

Dans cette partie, nous nous intéressons à la trajectoire de l'avion dont le mouvement est étudié dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

1.1. Vol en palier

Avant d'effectuer une parabole, l'A 300 est en situation de vol en palier. Sa trajectoire est une droite, son altitude et sa vitesse sont constantes. L'avion est soumis à quatre forces : son poids $\vec{P}$, la poussée des moteurs $\vec{\pi}$ de direction horizontale, la traînée $\vec{T}$ due aux frottements de l'air et la portance $\vec{R}$. Cette dernière est due à la circulation de l'air autour des ailes qui crée une surpression sous l'aile et une dépression au dessus de l'aile. La portance $\vec{R}$ est verticale et dirigée vers le haut.

1.1.1. Quelle est la nature du mouvement du centre d'inertie G de l'avion lors du vol en palier ? Que peut-on en déduire concernant la somme des forces exercées sur l'avion ?

1.1.2. Sur la copie, représenter au centre d'inertie G de l'avion, les forces s'exerçant sur celui-ci, sans souci d'échelle. En remarquant que les forces s'opposent deux à deux, déterminer leurs valeurs.

Données :
- masse de l'avion : $m = 1{,}5 \times 10^{2}$ tonnes = $1{,}5 \times 10^{5}$ kg ;
- accélération de la pesanteur à l'altitude où évolue l'avion : $g = 9{,}78$ m.s^{-2} ;
- poussée des moteurs : $\pi = 5{,}0 \times 10^{2}$ kN (kilonewtons).

1.2. Vol parabolique

Afin d'effectuer une parabole, le pilote cabre d'abord l'avion pour atteindre un angle d'environ 45° entre l'axe principal de l'appareil et la direction horizontale. Puis il manœuvre l'avion afin que *la portance exercée sur les ailes s'annule et que la poussée des moteurs compense exactement la traînée exercée sur l'avion.*

1.2.1. Énoncer la seconde loi de Newton. En se référant au texte ci-dessus, déterminer le vecteur accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie G de l'avion.

1.2.2. On souhaite étudier la trajectoire du centre d'inertie G de l'avion (voir la **figure 1** ci-dessous). Le repère d'étude $(O,\vec{i},\vec{k})$ choisi est dans un plan vertical contenant la trajectoire ; son origine O est au niveau du sol. L'origine des dates est choisie à l'instant où l'avion rentre dans la phase de chute libre au niveau du point A se trouvant à une altitude z_A d'environ 8 km. Le vecteur vitesse initiale $\vec{v_A}$ du point G est incliné d'un angle α = 49° par rapport à l'horizontale. La valeur de la vitesse v_A est égale à 281 nœuds, soit 145 m.s^{-1}.

a. Donner les expressions de a_x et de a_z, coordonnées du vecteur accélération du point G dans le repère d'étude $(O,\vec{i},\vec{k})$.

b. En déduire les coordonnées v_x et v_z du vecteur vitesse du point G.

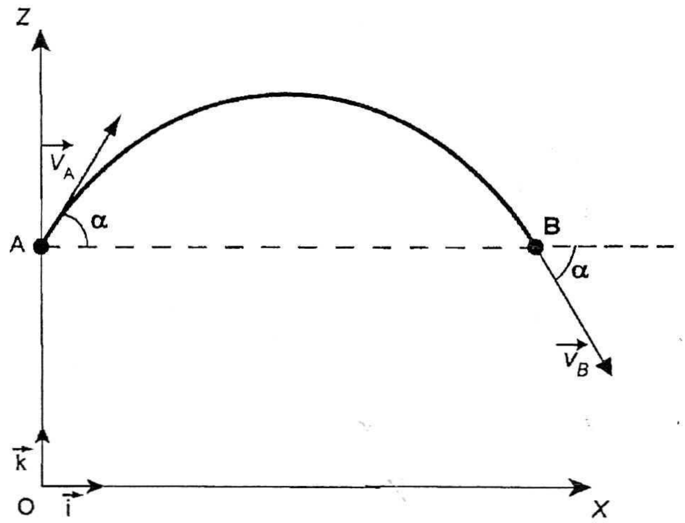


Figure 1. Trajectoire du centre d'inertie G de l'avion

1.2.3. Montrer que l'équation horaire du mouvement selon l'axe Oz peut se mettre sous la forme :

$$z(t) = C_1.t^2 + C_2.t + C_3$$

où C_1 , C_2 , C_3 sont des constantes obtenues à partir des données du texte.

Donner les expressions littérales de ces constantes en fonction de v_A, α, g et z_A.

1.2.4. L'équation horaire du mouvement s'écrit $x(t) = v_A.(\cos\alpha).t$ selon Ox. Montrer que l'équation de la trajectoire est :

$$z(x) = -\frac{g}{2.v_A^2.\cos^2\alpha}.x^2 + (\tan\alpha).x + z_A$$

1.2.5. À la date t_B, le système se trouve au point B, de même altitude que le point A, avec un vecteur vitesse $\vec{v}_B$ dont la direction fait un angle α avec l'horizontale (voir **figure 1**) et dont la valeur est la même qu'au point A : $v_B = v_A = 145\ m.s^{-1}$.

a. Déterminer, au point B, l'expression littérale de la projection v_{Bz} du vecteur vitesse sur l'axe Oz en fonction uniquement de v_A et α.

b. En déduire la valeur de la date t_B en secondes. Cette valeur est-elle cohérente avec l'ordre de grandeur cité dans le texte encadré ?

2. L'E-plane

Le 31 mai 2003, Concorde effectuait son dernier vol New York - Paris à une vitesse proche de 2500 $km.h^{-1}$ en moins de quatre heures. Quel appareil succèdera au bel oiseau franco-anglais et dépassera la frontière hypersonique ? Sans doute l'A2 qui pourrait naître du projet LAPCAT, rassemblant l'élite des motoristes de l'aéronautique européenne. Le consortium étudie des réacteurs à dihydrogène, ambitionnant de propulser des avions de ligne à 25 km d'altitude, à 6000 $km.h^{-1}$ et pouvant ainsi relier Bruxelles à Sydney en moins de cinq heures. Des appareils fonctionnant au dihydrogène, certes de plus petite taille qu'un avion de ligne, ont déjà vu le jour comme l'E-plane, utilisant une pile à combustible de type PEMFC (Proton Exchange Membrane Fuel Cell : pile à combustible à membrane échangeuse de protons).

D'après le magasine de l'Espace Européen de la Recherche,
et l'ouvrage "La Pile à Combustible" de M. Boudellal (Ed. Dunod)

Dans cette partie, nous nous intéressons au principe de fonctionnement de la pile à combustible de type PEMFC. Celle-ci est constituée (voir **LA FIGURE 2 DE L'ANNEXE EN PAGE 11**) de deux électrodes (en général des dépôts de poudre de carbone sur un support) séparées par un électrolyte.
Cette pile à combustible utilise deux gaz stockés extérieurement qui arrivent chacun sur une des électrodes.
Le fonctionnement de la pile repose sur une réaction d'oxydoréduction au niveau de ces électrodes.

Données :
- couples oxydant-réducteur : $H^+(aq) / H_2(g)$ et $O_2(g) / H_2O(\ell)$

2.1. Quels sont les noms des deux gaz qui alimentent la pile en continu ?
En utilisant les données, écrire les équations des réactions aux électrodes.
En déduire l'équation de la réaction modélisant la transformation ayant lieu dans la pile.

2.2. Indiquer, sur **LA FIGURE 2 DE L'ANNEXE EN PAGE 11,** le sens de circulation des électrons dans le circuit extérieur à la pile alimentant le moteur ainsi que le sens conventionnel de circulation du courant électrique.
Indiquer quelle électrode correspond au pôle positif de la pile.

2.3. Des protons H^+ sont échangés entre les électrodes au cours de la réaction. Indiquer le sens de circulation des protons dans l'électrolyte sur **LA FIGURE 2 DE L'ANNEXE EN PAGE 11**.

2.4. Sur les électrodes, des catalyseurs sont déposés sous forme de très fines particules : du platine à la cathode, du platine et du ruthénium à l'anode.
Définir un catalyseur.

2.5. L'électrolyte est une fine membrane (de l'ordre de quelques dizaines de micromètres) dont le rôle est d'isoler les électrodes l'une de l'autre, tout en laissant circuler les ions. Le matériau le plus utilisé est le Nafion™ constitué par la répétition de la structure représentée **figure 3**.

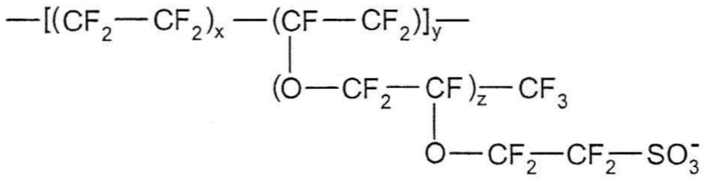


Figure 3.

Le squelette du Nafion™ étant hydrophobe et les groupes sulfoniques (SO_3^-) hydrophiles, cette espèce chimique est qualifiée d'amphiphile.

Que signifie le terme hydrophile ?
Citer une autre espèce chimique usuelle possédant le caractère amphiphile.

2.6. Du point de vue de l'environnement et en considérant les produits formés lors de leurs fonctionnements, quel est l'avantage d'une pile à combustible par rapport à un moteur d'avion alimenté par un carburant classique tel que le kérosène ?

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

ANNEXE DE L'EXERCICE I

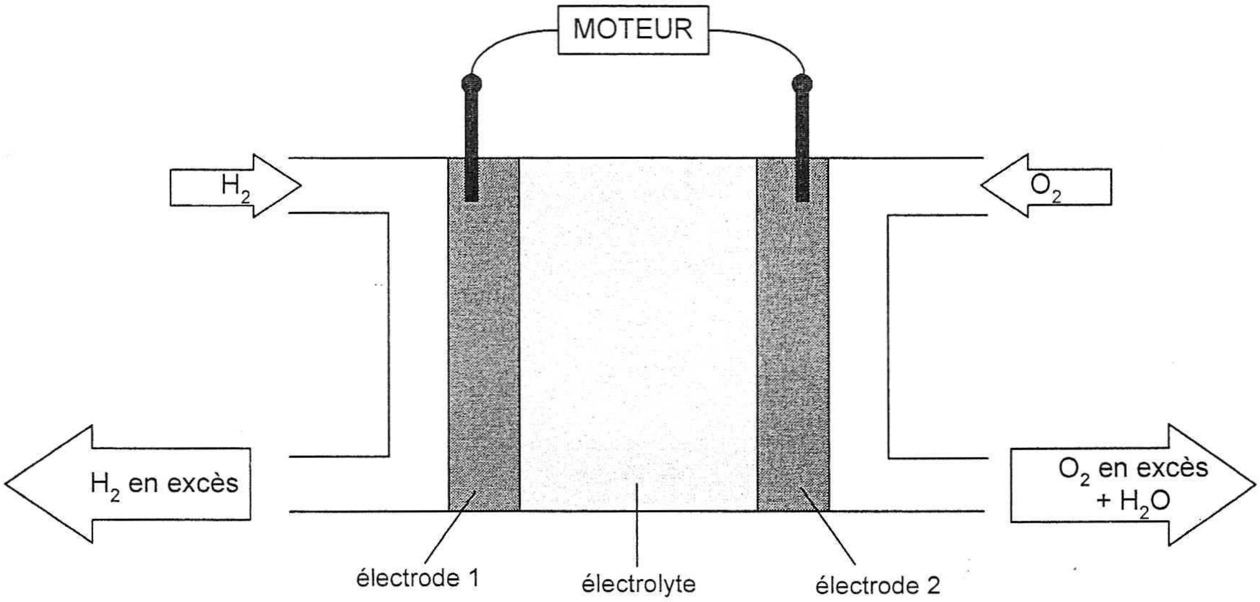


Figure 2. Schéma de la pile

ANNEXE DE L'EXERCICE III

Équation de la réaction		$(CH_3)_3N$ (aq) +	H_2O (ℓ)	= $(CH_3)_3NH^+$(aq) +	HO^- (aq)
État du système	Avancement (mol)	Quantités de matière (mol)			
État initial	0				
Au cours de la transformation	x				
État final	x_f				
État final en supposant la transformation totale	x_{max}				

Figure 13. Tableau descriptif de l'évolution du système

EXERCICE II. CHUTE D'UNE GOUTTE DE PLUIE (5,5 points)

Il est expressément demandé de respecter les notations de l'énoncé : V désigne le volume, v désigne la valeur de la vitesse.

Données et opérations utiles à la résolution de l'exercice :

Valeur prise pour l'accélération de la pesanteur : $g = 10\ m.s^{-2}$ *Masse volumique de l'eau :* $\rho_1 = 1000\ kg.m^{-3}$ *Masse volumique de l'air :* $\rho_2 = 1,3\ kg.m^{-3}$	$3,24 \times 2,10 = 6,80$ $3,24 \times 2,16 = 7,00$ $\frac{1}{1,3} = 0,77$

On se propose d'étudier le mouvement d'une goutte de pluie dans deux cas simples.

1. TEMPS CALME.

On étudie le mouvement d'une goutte d'eau en chute verticale dans l'air, en l'absence de tout vent. La force de frottement subie par la goutte a pour expression $\vec{f} = -K.\vec{v}_G$, *où* $\vec{v}_G$ *désigne le vecteur vitesse du centre d'inertie de la goutte, et* ***K*** *est une constante.*

La goutte de pluie considérée a une masse m, un volume V et une masse volumique ρ_1 *constante.*

On désigne par ρ_2 *la masse volumique de l'air.*

1.1.

1.1.1. Quelle est l'expression littérale de la valeur F_A de la poussée d'Archimède qui agit sur la goutte ?

1.1.2. *On note P la valeur du poids de la goutte.*

Établir l'expression du rapport $\frac{P}{F_A}$ en fonction des masses volumiques ρ_1 et ρ_2.

1.1.3. En utilisant les données numériques, montrer que F_A est négligeable devant P.

1.2. *Dans la suite de l'exercice, on négligera la poussée d'Archimède.*

1.2.1. *L'axe vertical du repère d'étude étant orienté vers le bas*, montrer que l'équation différentielle du mouvement de chute de la goutte peut se mettre sous la forme :

$$\frac{dv_G}{dt} = Av_G + B$$

où A et B sont deux constantes que l'on exprimera en fonction de K, m et g.

1.2.2. Quelles sont les unités de A et B, dans le système international d'unités ?

On donne $A = -3,24 \times 10^{-1}$ *SI et* $B = 10$ *SI.*

1.3. *On a calculé quelques valeurs de la vitesse de la goutte à différentes dates, en utilisant la méthode d'Euler. Voici un extrait du tableau affiché par le tableur utilisé :*

t (en s)	v_G *(en* $m.s^{-1}$*)*
3,0	*19,6*
3,2	*20,3*
3,4	*21,0*
.....	.....

La méthode d'Euler permet d'estimer par le calcul la valeur de la vitesse de la goutte en fonction du temps en utilisant les deux relations

$$\frac{dv_G(t_i)}{dt} = Av_G(t_i) + B$$

$$v_G(t_{i+1}) = v_G(t_i) + \frac{dv_G(t_i)}{dt}.\Delta t$$

où Δt est le pas d'itération.

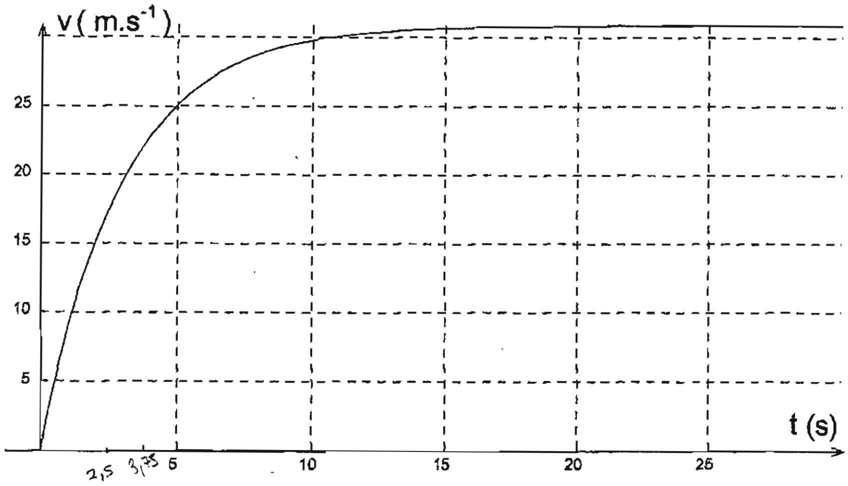
1.3.1. En utilisant l'équation différentielle du mouvement et les données du tableau, calculer la valeur de l'accélération à l'instant de date $t = 3,4$ s.

1.3.2. En déduire, par la méthode d'Euler, la valeur de la vitesse à l'instant de date $t = 3,6$ s.

Les calculs doivent figurer sur votre copie.

1.3.3. Comment doit-on choisir le pas de calcul pour que les valeurs calculées par la méthode d'Euler soient les plus proches possibles des valeurs réelles ?

1.4. *La courbe représentant l'évolution de la valeur de la vitesse au cours du temps est donnée ci-dessous:*



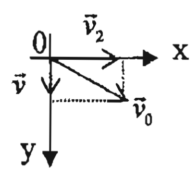
1.4.1. Comment évolue l'accélération de la goutte d'eau ? Justifier votre réponse.

1.4.2. Quelle est la valeur de cette accélération lorsque le régime permanent est atteint ? Comparer la valeur des forces qui agissent alors sur la goutte d'eau.

1.4.3. Établir l'expression littérale de la vitesse limite atteinte par la goutte d'eau.

2. TEMPS VENTEUX.

Dans cette partie, on suppose que la force de frottement et la poussée d'Archimède s'exerçant sur la goutte d'eau en chute verticale, sont négligeables devant le poids.
Alors que la goutte d'eau est en chute verticale à la vitesse v, elle subit brutalement une rafale de vent, de très courte durée, qui lui communique, à l'instant de date $t = 0$, une vitesse horizontale, de valeur v_2.
Le vecteur vitesse initial $\vec{v}_0$ est représenté sur le schéma ci-contre.



2.1. À partir de la deuxième loi de Newton, établir les équations horaires du mouvement de la goutte dans un référentiel terrestre muni d'un repère (Oxy), tel que le point O coïncide avec la position de la goutte à la date $t = 0\ s$, l'axe (Ox) est horizontal orienté dans le sens de $\vec{v}_2$ et l'axe (Oy) est vertical descendant (schéma ci-contre).

2.2. Quelle est l'équation de la trajectoire décrite par la goutte d'eau dans le repère (Oxy) ? Préciser la nature de cette trajectoire.

EXERCICE I. RECORD DE SAUT EN LONGUEUR À MOTO (6 points)

Le 31 Mars 2008, l'Australien Robbie Maddison a battu son propre record de saut en longueur à moto à Melbourne. La Honda CR 500, après une phase d'accélération, a abordé le tremplin avec une vitesse de 160 km.h^{-1} et s'est envolée pour un saut d'une portée égale à 107 m.

Dans cet exercice, on étudie les trois phases du mouvement (voir figure 1), à savoir :

- la phase d'accélération du motard (de A à B),
- la montée du tremplin (de B à C),
- le saut (au-delà de C).

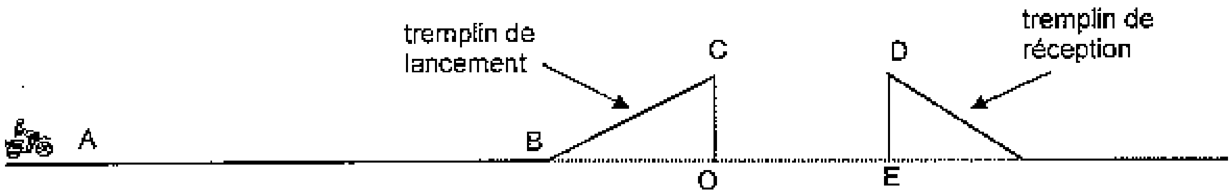


Figure 1.

Dans tout l'exercice, le système {motard+moto} est assimilé à son centre d'inertie G. L'étude est faite dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.
On pose h = OC = ED

Données :

- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$
- Masse du système : m = 180 kg
- L = BC = 7,86 m

Les trois parties de l'exercice sont indépendantes.

1. La phase d'accélération du motard.

On considère que le motard s'élance, avec une vitesse initiale nulle, sur une piste rectiligne en maintenant une accélération constante.
Une chronophotographie (en vue de dessus) représentant les premières positions successives du centre d'inertie G du système est donnée **en annexe 1 à rendre avec la copie.**
La durée τ = 0,800 s sépare deux positions successives du centre d'inertie G.
À t = 0, le centre d'inertie du système est au point A (G_0 sur la chronophotographie).

1.1. Exprimer les valeurs des vitesses $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_4$ du centre d'inertie G aux points G_2 et G_4 puis les calculer.

1.2. Représenter les vecteurs vitesses $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_4$ **sur l'annexe 1** en respectant l'échelle suivante : 1 cm pour 2 m.s^{-1}.

1.3. Représenter **sur l'annexe 1**, le vecteur $\Delta\vec{v}_3 = \vec{v}_4 - \vec{v}_2$.

1.4. Donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_3$ au point G_3 puis calculer sa valeur.

1.5. Sont représentées ci-dessous les évolutions au cours du temps de la valeur v de la vitesse du motard (figure 2) et de la distance d qu'il parcourt depuis la position G_0 (figure 3).

Figure 2 : Valeur v de la vitesse du système en fonction du temps.

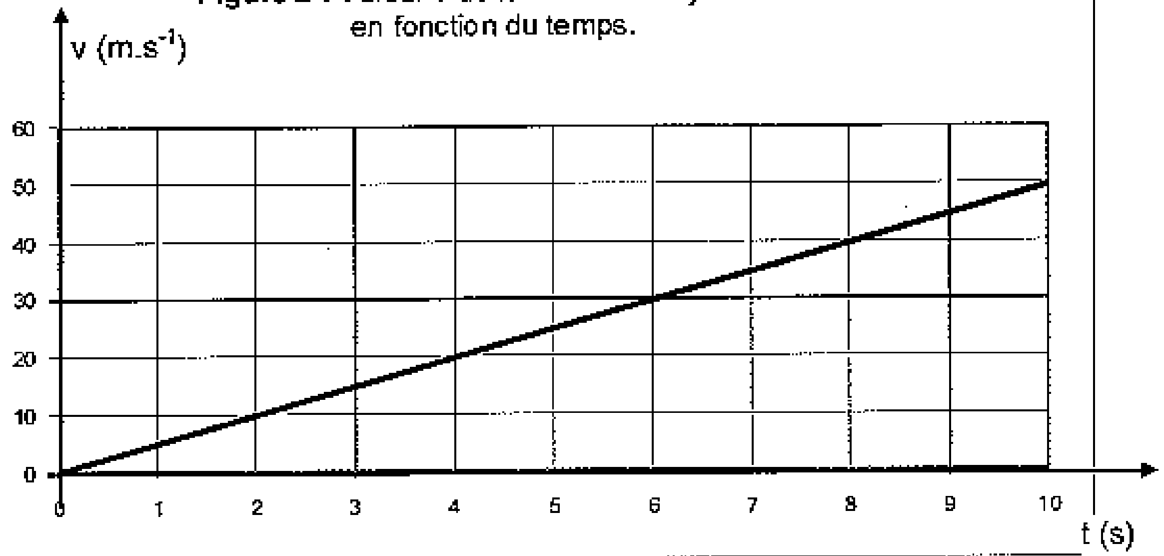
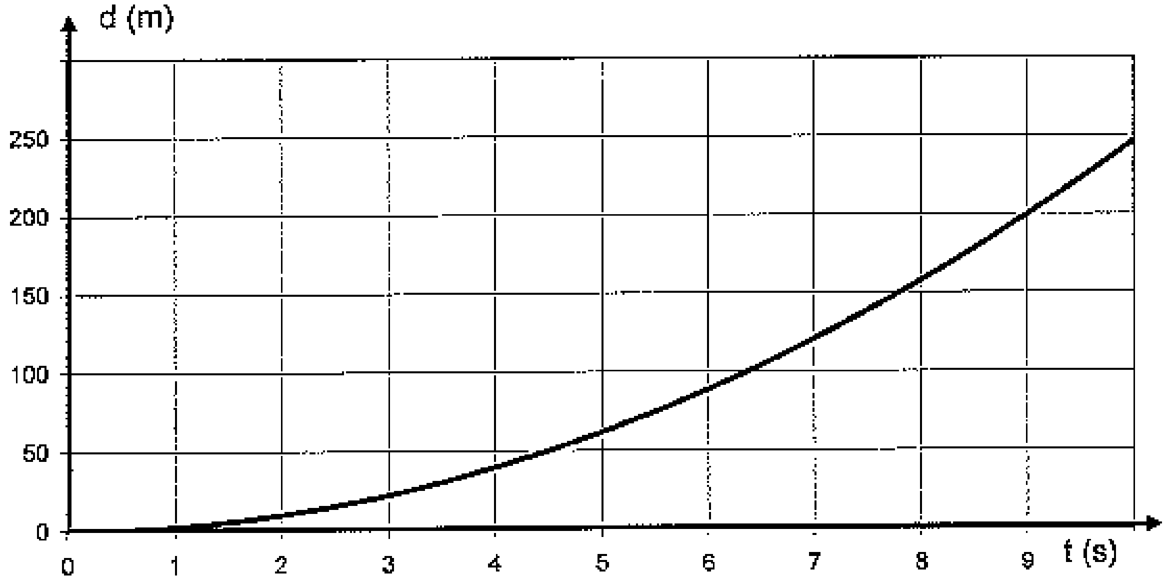


Figure 3 : Distance d parcourue par le système en fonction du temps



1.5.1. Montrer que la courbe donnée en figure 2 permet d'affirmer que la valeur de l'accélération est constante.
1.5.2. En utilisant la figure 2, estimer la valeur de l'accélération du motard. Vérifier que le résultat est compatible avec la valeur calculée en 1.4.
1.5.3. En utilisant la figure 2 et la figure 3, déterminer la distance parcourue par le motard lorsque celui-ci a atteint une vitesse de 160 km.h^{-1}.

2. La montée du tremplin.

Le motard aborde le tremplin au point B, avec une vitesse de 160 km.h^{-1} et maintient cette vitesse jusqu'au point C. Le repère d'étude $(O, \vec{i}, \vec{k})$ est indiqué sur **la figure 4**. Le tremplin est incliné d'un angle α = 27° par rapport à l'horizontale.

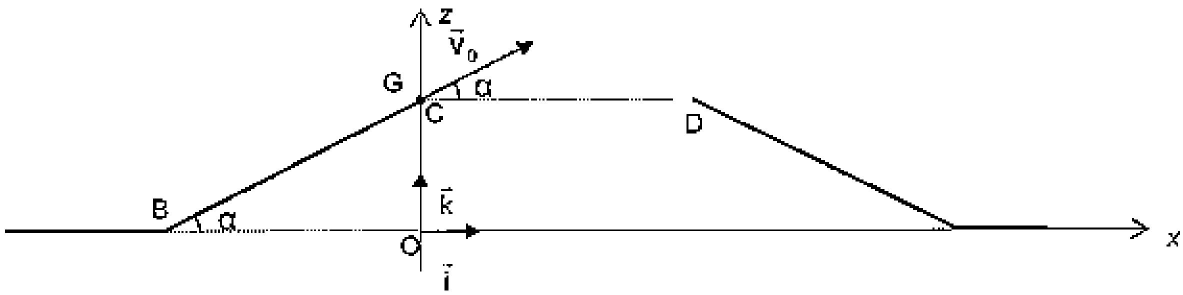


Figure 4

Dans cette partie du mouvement, on choisit l'altitude du point B comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur : Epp = 0 pour z_B = 0.

2.1. Exprimer l'énergie mécanique du système en fonction, entre autres, de la valeur de la vitesse instantanée v et de l'altitude z.

2.2. Exprimer la variation d'énergie potentielle de pesanteur du système, lorsqu'il passe du point B au point C en fonction de m, g, BC et α. La calculer.

2.3. En déduire en justifiant comment évolue l'énergie mécanique du système lorsqu'il passe de B à C.

3. Le saut.

Le motard quitte le tremplin en C avec une vitesse initiale v_0 = 160 km.h^{-1}.
Toutes les actions autres que le poids du système sont supposées négligeables. On souhaite étudier la trajectoire du centre d'inertie G du système dans ces conditions.
Le repère d'étude est $(O, \vec{i}, \vec{k})$ et l'origine des dates est choisie à l'instant où le système quitte le point C (voir figure 4).
La vitesse initiale $\vec{v}_0$ du centre d'inertie G du système est inclinée d'un angle α = 27° par rapport à l'horizontale.

3.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que les équations horaires du mouvement du point G s'écrivent :

$$x(t) = (v_0 \cdot \cos\alpha) \cdot t$$

$$z(t) = -\frac{1}{2} . g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin\alpha) \cdot t + h$$

3.2. Montrer que l'équation de la trajectoire est :

$$z(x) = -\frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2 + (\tan\alpha) \cdot x + h$$

3.3. À quelle distance maximale de C doit se trouver le point D pour que « l'atterrissage » se fasse sur le tremplin ?

3.4. Comparer cette valeur avec celle donnée dans l'énoncé. Comment peut-on interpréter cet écart ?

ANNEXE 1 à rendre avec la copie.

EXERCICE I :

1. Chronophotographie représentant les premières positions successives du centre d'inertie G du système :

Échelle : 2 m