

# Quatre satellites terrestres artificiels parmi bien d'autres

Passionné d'astronomie, un élève a collecté sur le réseau Internet de nombreuses informations concernant les satellites artificiels terrestres. Il met en œuvre ses connaissances de physique pour les vérifier et les approfondir.

Dans tout l'exercice, on notera :

- Masse de la Terre:  $M_T$  (répartition de masse à symétrie sphérique de centre O)
- Rayon de la Terre:  $R_T$
- Masse du satellite étudié:  $m_s$
- Altitude du satellite étudié:  $h$
- Constante de gravitation universelle:  $G$

**Les questions 2 et 3 sont indépendantes.**

## 1. Le premier satellite artificiel.

Si la possibilité théorique de mettre un satellite sur orbite autour de la Terre fut signalée en 1687 par Isaac Newton, il a fallu attendre le 4 octobre 1957 pour voir le lancement du premier satellite artificiel, Spoutnik 1, par les soviétiques.

**1.1.** Exprimer vectoriellement la force exercée par la Terre sur Spoutnik 1, supposé ponctuel, et la représenter sur un schéma.

**1.2.** L'étude se fait dans un référentiel géocentrique considéré comme galiléen.

En appliquant la deuxième loi de Newton établir l'expression vectorielle de l'accélération du satellite.

## 2. Les satellites artificiels à orbites circulaires.

Le télescope spatial Hubble, qui a permis de nombreuses découvertes en astronomie depuis son lancement en 1990, est en orbite circulaire à 600 km d'altitude et il effectue un tour complet de la Terre en 100 minutes.

**2.1.** Étude du mouvement du satellite Hubble dans un référentiel géocentrique

**2.1.1.** En reprenant les résultats de la partie 1, montrer sans calcul que le mouvement circulaire de Hubble est uniforme.

**2.1.2.** Exprimer littéralement sa vitesse en fonction des grandeurs  $M_T$ ,  $R_T$ ,  $h$  et  $G$ .

**2.1.3.** Exprimer la période  $T$  de son mouvement en fonction des grandeurs précédentes puis retrouver la troisième loi de Kepler appliquée à ce mouvement circulaire (l'énoncé de cette loi n'est pas demandé ici).

## 2.2. Cas d'un satellite géostationnaire

Les satellites météorologiques comme Météosat sont des appareils d'observation géostationnaires.

**2.2.1.** Qu'appelle-t-on satellite géostationnaire ?

**2.2.2.** On propose trois trajectoires hypothétiques de satellite en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre.

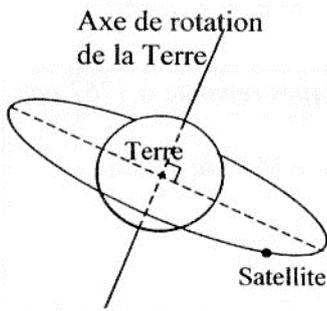


Figure 1

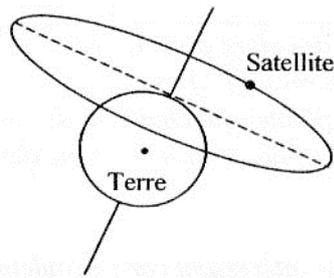


Figure 2

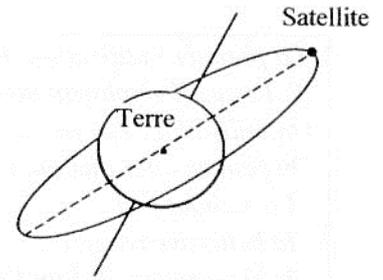


Figure 3

- a. Montrer que, seule, l'une de ces trajectoires est incompatible avec les lois de la mécanique.
- b. Quelle est la seule trajectoire qui peut correspondre au satellite géostationnaire ? Justifier la réponse.

### 3. Les satellites artificiels à orbites elliptiques.

Les satellites peuvent être placés sur différentes orbites, en fonction de leur mission. Un incident lors de leur satellisation peut modifier l'orbite initialement prévue. Hipparcos, un satellite d'astrométrie lancé par la fusée Ariane le 8 août 1989, n'a jamais atteint son orbite prévue. Un moteur n'ayant pas fonctionné, il est resté sur une orbite elliptique entre 36 000 km et 500 km d'altitude.

#### 3.1. Les satellites artificiels obéissent aux lois de Kepler.

La deuxième loi de Kepler, dite « loi des aires », précise que « des aires balayées par le rayon, reliant le satellite à l'astre attracteur, pendant des durées égales, sont égales ». Énoncer les deux autres lois dans le cas général d'une orbite elliptique.

- 3.2. Sans souci exagéré d'échelle ni d'exactitude de la courbe mathématique, dessiner l'allure de l'orbite du satellite Hipparcos. Placer sur ce schéma le centre d'inertie de la Terre et les points A et P correspondant respectivement aux valeurs 36 000 km et 500 km données dans le texte.
- 3.3. En appliquant la loi des aires au schéma précédent montrer, sans calcul, que la vitesse d'Hipparcos sur son orbite n'est pas constante.
- 3.4. Préciser en quels points de son orbite sa vitesse est maximale, minimale.

### 4. Les missions des satellites artificiels.

Aujourd'hui, plus de 2600 satellites gravitent autour de la Terre. Ils interviennent dans de nombreux domaines: téléphonie, télévision, localisation, géodésie, télédétection, météorologie, astronomie ... Leur spectre d'observation est vaste, optique, radar, infrarouge, ultraviolet, écoute de signaux radioélectriques ...

- 4.1. Sachant que le spectre optique correspond à la lumière visible, donner les limites des longueurs d'onde dans le vide de ce spectre et situer l'infrarouge et l'ultraviolet.
- 4.2. La célérité de la lumière dans le vide est  $3,0 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ , en déduire les limites en fréquence de la lumière visible.
- 4.3. Pourquoi doit on préciser « dans le vide » pour donner les valeurs des longueurs d'onde ?

# De la science à la science-fiction : la course à la Lune en voilier solaire

## Document 1 : La course

Dans trois minutes, la course commencerait, et pourtant John Merton se sentait plus détendu qu'il ne l'avait jamais été depuis un an. [...]. Sur les quatre mondes habités, il y avait à peine vingt hommes capables de manœuvrer un voilier solaire, et ils étaient tous là, sur la ligne de départ à bord des sept voiliers qui allaient s'élancer, ou dans les navires d'escorte, en orbite à 36 000 kilomètres au-dessus de l'Équateur.

*Le vent venu du Soleil, A. C. Clarke, Pocket, 1983.*

## Document 2 : Le départ

Sept lames de couteau tranchèrent sept amarres reliant les yachts aux vaisseaux qui avaient assuré leur montage et leur entretien. [...] Ils allaient commencer à se disperser et le gagnant serait celui qui le premier dépasserait la Lune. À bord de la Diane rien ne sembla se passer, mais Merton ne s'y trompa pas ; bien que son corps ne perçut aucune poussée, le tableau de bord indiquait qu'il subissait maintenant une accélération de presque un millième de fois la gravité terrestre standard. [...] À cette allure, faire deux fois le tour de la Terre lui donnerait assez de vitesse pour échapper à l'attraction ; il pourrait alors mettre le cap sur la Lune avec toute la force du Soleil derrière lui.

*Le vent venu du Soleil, A. C. Clarke, Pocket, 1983.*

## Document 3 : La navigation solaire

Il eut un sourire désabusé en se rappelant tous ses efforts pour expliquer la navigation solaire au public de conférences. « Tendez les mains vers le soleil », disait-il « Que sentez-vous ? De la chaleur, bien sûr. Mais, il y a aussi de la pression, bien que vous ne l'ayez jamais remarquée tant elle est ténue. Sur toute la surface de vos mains, elle représente seulement une vingtaine de microgrammes. » [...] Et il exhibait alors quelques mètres carrés de voile. [...] « Voyez comme c'est léger : une tonne couvre 250 hectares qui peuvent capter des radiations fournissant une pression de deux kilos et demi. [...] La première seconde, nous n'avancerons que d'un demi-centimètre. Mais, au bout d'une minute, nous aurons couvert une vingtaine de mètres. Au bout d'une heure, nous serons à une bonne soixantaine de kilomètres de notre point de départ nous ferons du cent trente kilomètres/heure. [...] Au bout d'une journée de voyage, nous atteindrons dans les trois mille kilomètres/heure. Et tout cela sans brûler une goutte de combustible. »

*Le vent venu du Soleil, A. C. Clarke, Pocket, 1983.*

## Document 4 : Une course en solitaire

« Bonjour Docteur Merton, l'interpella la voix du journaliste. Pourquoi avez-vous décidé de courir en solitaire ? »

« Vous savez que les performances de ces voiliers dépendent de manière cruciale de leur masse. Un coéquipier avec ses provisions, cela veut dire deux cents kilogrammes de plus. Cela peut faire la différence entre la victoire et la défaite. »

« Mais ces cinq millions de mètres carrés de voile à manipuler, cela semble beaucoup pour un seul homme », reprit le journaliste.

*Le vent venu du Soleil, A. C. Clarke, Pocket, 1983.*

## Document 5 : Quelques relations utiles

• Vecteur accélération dans la base de Frenet :

$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$$

avec  $a_r = \frac{dv}{dt}$  et  $a_n = \frac{v^2}{r}$ ,  $v$  étant le module du vecteur vitesse et  $r$  le rayon de courbure de la trajectoire au point considéré.

- Énergie potentielle d'un satellite situé à la distance  $r$  du centre de la Terre :

$$E_p = - \frac{GMm}{r}$$

avec  $M$  la masse de la Terre et  $m$  la masse du satellite.

#### Document 5 : Valeurs numériques utiles

- Constante de gravitation :  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ .
- Masse de la Terre :  $M = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ .
- Durée du jour :  $24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$ .
- Durée de l'année :  $1 \text{ an} = 365,25 \text{ jours}$ .
- Le sens de rotation de la Terre sur elle-même et le sens de rotation de la Terre autour du Soleil sont les mêmes.
- Rayon de la Terre :  $6,4 \times 10^3 \text{ km}$ .
- Valeur de la pesanteur au niveau du sol :  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

### Partie I : La ligne de départ

On étudie le mouvement d'un satellite de masse  $m$  autour de la Terre, de masse  $M$  et de rayon  $R$ . On considère le satellite comme ponctuel. Le référentiel géocentrique est assimilé à un référentiel galiléen. Le satellite est situé à la distance  $r$  du centre de la Terre. On note  $G$  la constante de gravitation.

#### 1. Interaction gravitationnelle

- Représenter, sur un schéma, la Terre, le satellite  $S$ , et l'orbite de celui-ci considérée comme circulaire, centrée sur le centre de la Terre  $O$ .
- Représenter sur ce schéma la force  $\vec{F}_{T/S}$  exercée par la Terre sur le satellite.
- Exprimer cette force  $\vec{F}_{T/S}$  en fonction des données. On introduira le vecteur unitaire centripète  $\vec{n}$  d'origine  $S$ .

#### 2. Mouvement d'un satellite autour de la Terre

- Démontrer que le mouvement du satellite en orbite circulaire autour de la Terre est uniforme.
- Établir l'expression de son vecteur vitesse  $\vec{V}$  sur son orbite en fonction des données.
- Établir l'expression de sa période  $T$  en fonction des données.

#### 3. Lois de Kepler

Énoncer la troisième loi de Kepler.

Établir la valeur du rapport  $\frac{T^2}{r^3}$  en fonction de la masse  $M$  de la Terre.

#### 4. Orbite géostationnaire

- Rappeler les caractéristiques d'une orbite géostationnaire.
- Un satellite terrestre se déplaçant sur une orbite géostationnaire est-il toujours géostationnaire ? Sinon quelle(s) condition(s) supplémentaire(s) doit-il vérifier ?
- La période d'un satellite géostationnaire est de  $23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s}$ . Pourquoi est-elle légèrement inférieure à  $24 \text{ h}$  ?
- En utilisant la 3<sup>e</sup> loi de Kepler, calculer le rayon  $r_0$  de cette orbite.

- e. Le rayon de la Terre est  $R = 6,4 \times 10^3$  km. Quelle est l'altitude  $h_0$  du satellite géostationnaire ?
- f. La ligne de départ indiquée dans le **document 1** est-elle effectivement située sur l'orbite géostationnaire ?
- g. Calculer la valeur  $V_0$  de la vitesse du satellite sur l'orbite géostationnaire. Cette vitesse dépend-elle de la masse du satellite ?

### 5. Vitesse de libération

- a. On s'intéresse à un satellite sur une orbite géostationnaire. Exprimer, dans le référentiel géocentrique, son énergie mécanique  $E_M$  en fonction de son énergie cinétique et de son énergie potentielle (voir **document 5**), puis en fonction de la masse de la Terre  $M$ , de celle du satellite  $m$ , de sa vitesse  $V$  et de la distance  $r$  du satellite au centre  $O$  de la Terre.
- b. Que devient son énergie potentielle s'il s'éloigne très loin de la Terre ?
- c. Dans l'espace, les frottements sont négligeables. Qu'en résulte-t-il pour l'énergie mécanique  $E_M$  du satellite ?
- d. Quelle vitesse, appelée vitesse de libération  $V_L$  doit acquérir le satellite sur son orbite géostationnaire,  $\vec{V}_L$  étant tangent à l'orbite, pour pouvoir quitter définitivement l'attraction terrestre ?

## Partie II : La voileure

Une fois la vitesse de libération atteinte, la voile solaire est déployée : le voilier solaire est alors soumis à une force  $\vec{F}$  due aux particules de matière et aux photons heurtant la voile, provenant principalement du Soleil.

1. Donner l'ordre de grandeur de la valeur de la force exercée sur un mètre carré de voile.
2. Cette valeur de force par unité de surface est appelée pression. Donner la pression exercée sur la voile en N/m, puis en Pa (pascal).

## Partie III : La masse du voilier solaire

Pour cette partie, on utilisera le **document 3**.

1. Quelle est la masse d'un mètre carré de voile ?
2. Quelle est la masse totale  $m$  du voilier sachant que la masse de la carlingue du voilier solaire vaut  $m_c = 0,8$  tonne ?

## Partie IV : La course à la Lune

La course est lancée; le voilier est soumis à la force  $\vec{F}$  du vent solaire, maintenue parallèle à la trajectoire du voilier et perpendiculaire à la voile. La trajectoire du voilier solaire est considérée comme circulaire de rayon constant.

1. Quelle est l'accélération tangentielle du voilier solaire quand il utilise le vent solaire ?
2. Quel type de mouvement a-t-on ?
3. En utilisant les informations relatives aux vitesses données dans le **document 3**, évaluer l'accélération tangentielle du voilier solaire. Comparer à la valeur trouvée précédemment et à la valeur donnée dans le **document 2**.
4. En utilisant les informations relatives aux distances parcourues données dans le **document 3**, quelle vitesse initiale suppose l'auteur ? Dans quel référentiel se place-t-il ?
5. Quelle est la limite de ce modèle ?
6. Pourquoi le voilier solaire peut-il se rapprocher de la Lune ?

# De la Terre au trou noir central de notre galaxie

## Document 1 : Hypathie d'Alexandrie et l'orbite terrestre

Dans le film *Agora* (2009), le réalisateur Alejandro Amenábar fait revivre Hypathie d'Alexandrie, mathématicienne et astronome reconnue au IV<sup>e</sup> siècle après Jésus-Christ. Elle serait la première à avoir, par des mesures de navigation, proposé la théorie du système héliocentrique : la Terre tourne autour du Soleil, non en faisant des cercles, mais en faisant des ellipses.

L'ellipse est l'ensemble des points dont la somme des distances aux points  $F_1$  et  $F_2$ , appelés foyers, est constante ; tout point  $M$  de l'ellipse vérifie :

$$F_1M + F_2M = \text{constante}$$

On donne (**figure 1**) le vocabulaire « géométrique » de l'ellipse.

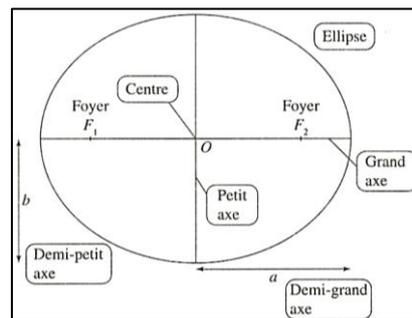


Figure 1

## Document 2 : Kepler [1571-1630] et les orbites des planètes

Johannes Kepler a étudié l'hypothèse héliocentrique (la Terre tourne autour du Soleil) de Nicolas Copernic, et découvert que les planètes ne tournent pas en cercles parfaits autour du Soleil, mais en suivant des ellipses. En utilisant les observations très précises réalisées par l'astronome Tycho Brahé, Kepler établit les trois lois qui portent son nom.

En 1609, viennent les deux premières lois :

- 1<sup>re</sup> loi de Kepler : les planètes décrivent des trajectoires elliptiques dont le Soleil est un foyer.

La trajectoire de la Terre autour du Soleil n'est pas exactement un cercle, mais une ellipse dont le Soleil est un des foyers.

On appelle périhélie le point le plus proche du Soleil sur cette ellipse ; on appelle aphélie le point le plus éloigné du Soleil sur cette ellipse.

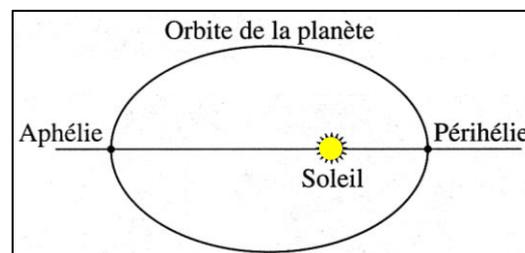
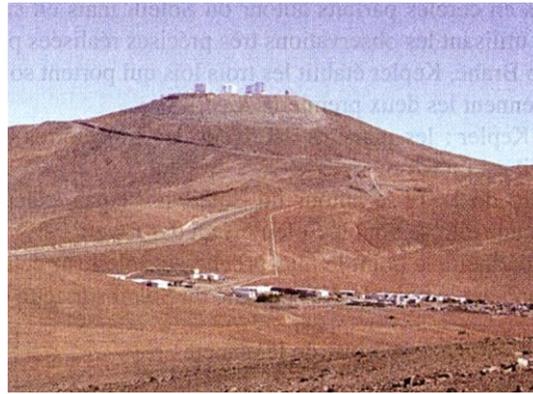


Figure 2

- 2<sup>e</sup> loi de Kepler : le mouvement de chaque planète est tel que le segment de droite reliant le Soleil et la planète balaie des aires égales pendant des durées égales.
- En 1618 viendra la troisième loi de Kepler : pour toutes les planètes, le rapport entre le cube du demi-grand axe de la trajectoire et le carré de la période est le même, et cette constante est indépendante de la masse de la planète.

**Document 3 : Le Very Large Telescope (Chili) et l'orbite d'une étoile autour du trou noir central de notre galaxie**



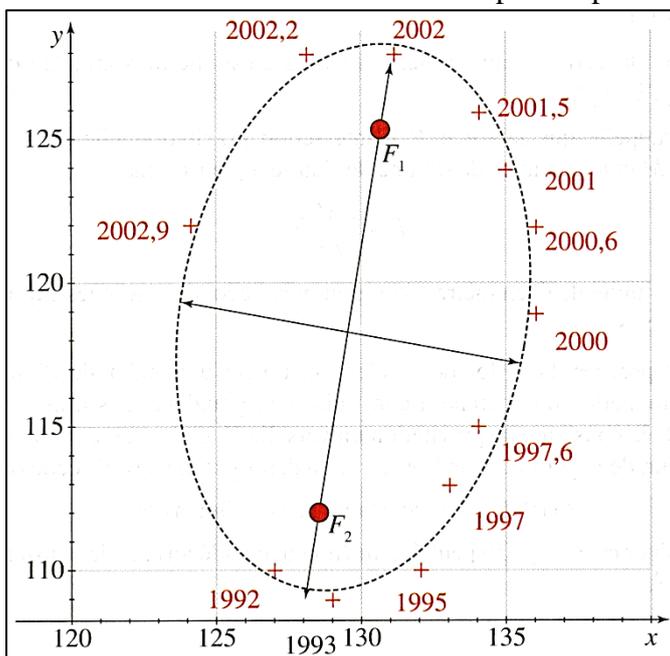
**Le VLT, mont Paranal, désert d'Atacama, Chili**

© Michel Faye, avril 2012

Le Very Large Telescope (VLT) est un ensemble de quatre télescopes principaux et quatre auxiliaires à l'Observatoire du Cerro Paranal, situé dans le désert d'Atacama au nord du Chili, à une altitude de 2 635 mètres. Il a été réalisé par l'Observatoire européen austral (ESO). Il permet l'étude de l'Univers dans les longueurs d'onde allant de l'ultraviolet à l'infrarouge.

C'est en observant une étoile proche du centre de notre galaxie qu'une équipe internationale comprenant des astronomes de l'Observatoire de Paris et de l'Observatoire de Grenoble a mis en évidence de façon quasi certaine l'existence au centre de notre galaxie d'un trou noir. Pour arriver à cette conclusion, ils ont montré que le mouvement de l'étoile S2 proche de l'objet central massif SgrA\* (une source qui n'est détectable qu'aux longueurs d'onde radio) se fait suivant une orbite elliptique (**figure 3**), analogue à celles que décrivent les planètes autour du Soleil.

D'après <http://www.obspm.fr/actual/nouvelle/oct02/galcent.fr.shtml>



**Figure 3 - Relevé des positions de l'étoile S2, combinaison de diverses observations (VLT et autres observatoires de l'ESO)**

F1 et F2 sont les foyers de l'ellipse. Les échelles (x ; y) sont des coordonnées d'écran en pixels. Par contre, on a reporté, à côté de chaque position de l'étoile, la date du pointé, en années. Ainsi, 2002,9 correspond à l'année 2002, accomplie au 9/10 de sa durée.

D'après <http://science.faye.free.fr>

## Partie I : Hypathie d'Alexandrie et l'orbite terrestre

1. Quand la Terre est au périhélie, est-ce l'hiver ou l'été. à Paris ? Expliquer.
2. Comment expliquer que, lorsque c'est l'hiver dans l'hémisphère Nord, c'est l'été dans l'hémisphère Sud ?

## Partie II : Kepler [1571-1630] et les orbites des planètes

1. Quand la Terre est au périhélie, sa vitesse est-elle plus grande ou plus petite qu'à l'aphélie ?
2. On rappelle que la force  $\vec{F}$  d'interaction gravitationnelle entre deux masses  $M$  et  $m$  distantes de  $d$  l'une de l'autre a pour norme :

$$F = \frac{GMm}{d^2}$$

Donner l'unité de  $G$  en mètres, kilogrammes, secondes (avec les exposants convenables).

3. Pour préciser la 3<sup>e</sup> loi de Kepler, on utilise une méthode d'analyse dimensionnelle ; on cherche à construire une grandeur sans dimension à l'aide de la constante de gravitation universelle  $G$ , de la masse  $M$  du centre attracteur, de la période  $T$  de l'orbite et du demi-grand axe  $a$  de cette orbite.

$$GM^\alpha T^\beta a^\gamma = \text{constante } K \text{ sans dimension}$$

Déterminer  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ . On peut établir (non demandé ici) que la constante  $K$  vaut  $4\Pi^2$ .

## Partie III : Le Very Large Telescope (Chili) et l'orbite d'une étoile autour du trou noir central de notre galaxie

Le trou noir central de notre galaxie occupe un des foyers de l'ellipse de la **figure 3**.

1. Établir, à l'aide des informations portées sur cette figure, si le trou noir se trouve en  $F_1$  ou en  $F_2$ .
2. D'après la **figure 3**, estimer la période de la rotation de l'étoile  $S_2$  autour du trou noir central de notre galaxie.

Les enregistrements qui ont permis de construire la trajectoire de l'étoile  $S_2$  donnent  $2a = 19,5$  pixels pour une échelle définie par  $22 \text{ pixels} = 1 \text{ jour-lumière}$ .

3. Calculer, en mètres, la valeur du jour-lumière. On notera  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide et on prendra  $c = 300\,000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ .
4. *Données :*
  - $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ S.I.}$  (unité déterminée à la question 2 de la **Partie II**) ;
  - masse du Soleil :  $M_s = 2,0 \times 10^{30} \text{ kg}$ .

Déduire des données la masse du trou noir central de notre galaxie. Comparer le résultat à la masse du Soleil et juger de l'acceptabilité de ce résultat.